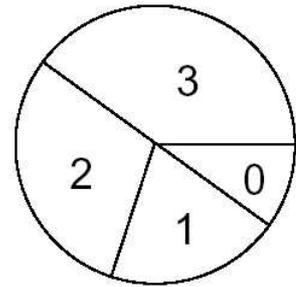


Aufgabe 1:

Ein Glücksrad mit 4 Sektoren (siehe Abbildung), in denen die Zahlen 0, 1, 2 und 3 stehen, hat diese Wahrscheinlichkeitsverteilung:

| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| $P(X = x_i)$ | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 |



- a) Das Rad wird 6 mal gedreht. Man notiert sich die erdrehten Zahlen. Berechne die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:
- A: Die Zahl „1“ wird genau 3 mal gezogen.
 - B: Die Zahl „3“ erscheint höchstens 1 mal.
 - C: Die Zahlen 0 und 1 erscheinen nicht.
 - D: Es erscheinen abwechselnd gerade und ungerade Zahlen
 - E: Man erhält die Zahl 111 302
 - F: Man erhält die Summe 8
 - G: Es erscheinen 3 Dreier, 2 Zweier und eine Eins.
- b) Das Rad wird nun 100 mal gedreht. Die Zufallsgröße X beschreibe die Zahl der Einsen.
- (1) Mit wie viel Einsen kann man rechnen?
 - (2) Berechne: $P(X = 21)$, $P(X \leq 18)$, $P(X \geq 30)$, $P(11 < X < 32)$.
 - (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht X vom Erwartungswert höchstens um 5 ab?
 - (4) Wie oft muss das Rad mindestens gedreht werden, damit mit mindestens 98% Wahrscheinlichkeit mindestens eine 1 erscheint?
- c) Der Betreiber des Glücksrades vermutet, dass das Rad nicht symmetrisch gearbeitet ist. Die Zahl 2 scheint nicht so zu erscheinen, wie die Wahrscheinlichkeitstabelle angibt. Dazu führt er einen Test durch und dreht das Rad 100 mal. Treten höchstens 25 Einsen auf, so nimmt er die Hypothese $H_0: p = 0,2$ an, andernfalls verwirft er sie.
- (1) Berechne den Fehler 1. Art.
 - (2) Berechne den Fehler 2. Art, wenn die tatsächliche Wahrscheinlichkeit für die Zahl 2 $p = 0,25$ ist.
 - (3) Berechne einen Annahmebereich, so dass der Fehler 1. Art höchstens 10 % beträgt.
- d) Das Spiel „Blaues Auge“ hat folgende Regel:
Das Rad wird einmal gedreht und die „gezogene“ Zahl notiert. Ist diese Zahl 2 oder 3, wird nochmals gedreht, im Ganzen aber höchstens dreimal. Z sei die letzte erdrehte Zahl.
- (1) Berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Z und ihren Erwartungswert.
 - (2) Die Zahlen 0 und 1 bedeuten Gewinn für den Spieler. Der Einsatz soll festgelegt werden, er sei x € für ein Spiel. Ein Gewinn nach der 1. Drehung ergibt 1 € Auszahlung, nach der 2. Drehung 2 € und nach der 3. Drehung 3 €. Ab welchem Einsatz kann der Spieler mit einem Reingewinn rechnen bzw. wann ist das Spiel fair?

Aufgabe 2:

Welches der folgenden Zufallsexperimente kann man als Bernoulli-Experiment auffassen? Begründe deine Aussage! Falls ja, gib den Versuchumfang n und die Erfolgswahrscheinlichkeit p an!

- a) Eine ideale Münze wird 8 mal geworfen.
- b) Genau eine verbeulte Münze wird 7 mal geworfen.
- c) Es werden 4 verbeulte Münzen gleichzeitig geworfen.
- d) Bei serienmäßig gefertigten Glühlampen sei eine unter 50 defekt. X ist die Anzahl der funktionstüchtigen Glühlampen in einer Stichprobe von 12 Stück.
- e) Es sollen die Halsschmerzen von 12 Patienten mit „Fisherman’s - Love“ behandelt werden, welche zu 75% Linderung versprechen. X zähle die Zahl der Leute bei denen das Mittel nicht anschlägt.
- f) Aus einer Urne mit 5 blauen und 4 schwarzen Kugeln werden 3 Kugeln nacheinander ohne zurücklegen gezogen. Man notiere die Anzahl aller blauen Kugeln.

Kumulierte Binomialverteilung für n = 10

| k | p=0,1 | p=1/6 | p=0,2 | p=0,25 | p=0,3 | p=1/3 | p=0,4 | p=0,5 |
|----|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0,349 | 0,162 | 0,107 | 0,056 | 0,028 | 0,017 | 0,006 | 0,001 |
| 1 | 0,736 | 0,485 | 0,376 | 0,244 | 0,149 | 0,104 | 0,046 | 0,011 |
| 2 | 0,930 | 0,775 | 0,678 | 0,526 | 0,383 | 0,299 | 0,167 | 0,055 |
| 3 | 0,987 | 0,930 | 0,879 | 0,776 | 0,650 | 0,559 | 0,382 | 0,172 |
| 4 | 0,998 | 0,985 | 0,967 | 0,922 | 0,850 | 0,787 | 0,633 | 0,377 |
| 5 | 1,000 | 0,998 | 0,994 | 0,980 | 0,953 | 0,923 | 0,834 | 0,623 |
| 6 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,996 | 0,989 | 0,980 | 0,945 | 0,828 |
| 7 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,997 | 0,988 | 0,945 |
| 8 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,989 |
| 9 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 |
| 10 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

Kumulierte Binomialverteilung für n = 20

| k | p=0,1 | p=1/6 | p=0,2 | p=0,25 | p=0,3 | p=1/3 | p=0,4 | p=0,5 |
|----|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0,122 | 0,026 | 0,012 | 0,003 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1 | 0,392 | 0,130 | 0,069 | 0,024 | 0,008 | 0,003 | 0,001 | 0,000 |
| 2 | 0,677 | 0,329 | 0,206 | 0,091 | 0,035 | 0,018 | 0,004 | 0,000 |
| 3 | 0,867 | 0,567 | 0,411 | 0,225 | 0,107 | 0,060 | 0,016 | 0,001 |
| 4 | 0,957 | 0,769 | 0,630 | 0,415 | 0,238 | 0,152 | 0,051 | 0,006 |
| 5 | 0,989 | 0,898 | 0,804 | 0,617 | 0,416 | 0,297 | 0,126 | 0,021 |
| 6 | 0,998 | 0,963 | 0,913 | 0,786 | 0,608 | 0,479 | 0,250 | 0,058 |
| 7 | 1,000 | 0,989 | 0,968 | 0,898 | 0,772 | 0,661 | 0,416 | 0,132 |
| 8 | 1,000 | 0,997 | 0,990 | 0,959 | 0,887 | 0,809 | 0,596 | 0,252 |
| 9 | 1,000 | 0,999 | 0,997 | 0,986 | 0,952 | 0,908 | 0,755 | 0,412 |
| 10 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,996 | 0,983 | 0,962 | 0,872 | 0,588 |
| 11 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,995 | 0,987 | 0,943 | 0,748 |
| 12 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,996 | 0,979 | 0,868 |
| 13 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,994 | 0,942 |
| 14 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,979 |
| 15 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,994 |
| 16 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 |
| 17 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

Kumulierte Binomialverteilung für n = 50

| k | p=0,1 | p=1/6 | p=0,2 | p=0,25 | p=0,3 | p=1/3 | p=0,4 | p=0,5 |
|----|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0,005 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1 | 0,034 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2 | 0,112 | 0,007 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 3 | 0,250 | 0,024 | 0,006 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 4 | 0,431 | 0,064 | 0,018 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 5 | 0,616 | 0,139 | 0,048 | 0,007 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 6 | 0,770 | 0,251 | 0,103 | 0,019 | 0,002 | 0,001 | 0,000 | 0,000 |
| 7 | 0,878 | 0,391 | 0,190 | 0,045 | 0,007 | 0,002 | 0,000 | 0,000 |
| 8 | 0,942 | 0,542 | 0,307 | 0,092 | 0,018 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 9 | 0,975 | 0,683 | 0,444 | 0,164 | 0,040 | 0,013 | 0,001 | 0,000 |
| 10 | 0,991 | 0,799 | 0,584 | 0,262 | 0,079 | 0,028 | 0,002 | 0,000 |
| 11 | 0,997 | 0,883 | 0,711 | 0,382 | 0,139 | 0,057 | 0,006 | 0,000 |
| 12 | 0,999 | 0,937 | 0,814 | 0,511 | 0,223 | 0,104 | 0,013 | 0,000 |
| 13 | 1,000 | 0,969 | 0,889 | 0,637 | 0,328 | 0,171 | 0,028 | 0,000 |
| 14 | 1,000 | 0,986 | 0,939 | 0,748 | 0,447 | 0,261 | 0,054 | 0,001 |
| 15 | 1,000 | 0,994 | 0,969 | 0,837 | 0,569 | 0,369 | 0,096 | 0,003 |
| 16 | 1,000 | 0,998 | 0,986 | 0,902 | 0,684 | 0,487 | 0,156 | 0,008 |
| 17 | 1,000 | 0,999 | 0,994 | 0,945 | 0,782 | 0,605 | 0,237 | 0,016 |
| 18 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,971 | 0,859 | 0,713 | 0,336 | 0,032 |
| 19 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,986 | 0,915 | 0,804 | 0,446 | 0,059 |
| 20 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,994 | 0,952 | 0,874 | 0,561 | 0,101 |
| 21 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,975 | 0,924 | 0,670 | 0,161 |
| 22 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,988 | 0,958 | 0,766 | 0,240 |
| 23 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,994 | 0,978 | 0,844 | 0,336 |
| 24 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,989 | 0,902 | 0,444 |
| 25 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,995 | 0,943 | 0,556 |
| 26 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,969 | 0,664 |
| 27 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,984 | 0,760 |
| 28 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,992 | 0,839 |
| 29 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,899 |
| 30 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,941 |
| 31 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,968 |
| 32 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,984 |
| 33 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,992 |
| 34 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,997 |
| 35 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 |
| 36 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

Kumulierte Binomialverteilung für n = 100

| k | p=0,1 | p=1/6 | p=0,2 | p=0,25 | p=0,3 | p=1/3 | p=0,4 | p=0,5 |
|----|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 3 | 0,008 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 4 | 0,024 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 5 | 0,058 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 6 | 0,117 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 7 | 0,206 | 0,004 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 8 | 0,321 | 0,010 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 9 | 0,451 | 0,021 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 10 | 0,583 | 0,043 | 0,006 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 11 | 0,703 | 0,078 | 0,013 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 12 | 0,802 | 0,130 | 0,025 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 13 | 0,876 | 0,200 | 0,047 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 14 | 0,927 | 0,287 | 0,080 | 0,005 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 15 | 0,960 | 0,388 | 0,129 | 0,011 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 16 | 0,979 | 0,494 | 0,192 | 0,021 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 17 | 0,990 | 0,599 | 0,271 | 0,038 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 18 | 0,995 | 0,696 | 0,362 | 0,063 | 0,005 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 19 | 0,998 | 0,780 | 0,460 | 0,100 | 0,009 | 0,001 | 0,000 | 0,000 |
| 20 | 0,999 | 0,848 | 0,559 | 0,149 | 0,016 | 0,002 | 0,000 | 0,000 |
| 21 | 1,000 | 0,900 | 0,654 | 0,211 | 0,029 | 0,005 | 0,000 | 0,000 |
| 22 | 1,000 | 0,937 | 0,739 | 0,286 | 0,048 | 0,009 | 0,000 | 0,000 |
| 23 | 1,000 | 0,962 | 0,811 | 0,371 | 0,076 | 0,016 | 0,000 | 0,000 |
| 24 | 1,000 | 0,978 | 0,869 | 0,462 | 0,114 | 0,028 | 0,001 | 0,000 |
| 25 | 1,000 | 0,988 | 0,913 | 0,553 | 0,163 | 0,046 | 0,001 | 0,000 |
| 26 | 1,000 | 0,994 | 0,944 | 0,642 | 0,224 | 0,071 | 0,002 | 0,000 |
| 27 | 1,000 | 0,997 | 0,966 | 0,722 | 0,296 | 0,107 | 0,005 | 0,000 |
| 28 | 1,000 | 0,999 | 0,980 | 0,792 | 0,377 | 0,152 | 0,008 | 0,000 |
| 29 | 1,000 | 0,999 | 0,989 | 0,850 | 0,462 | 0,209 | 0,015 | 0,000 |
| 30 | 1,000 | 1,000 | 0,994 | 0,896 | 0,549 | 0,277 | 0,025 | 0,000 |
| 31 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,931 | 0,633 | 0,353 | 0,040 | 0,000 |
| 32 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,955 | 0,711 | 0,434 | 0,062 | 0,000 |
| 33 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,972 | 0,779 | 0,519 | 0,091 | 0,000 |
| 34 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,984 | 0,837 | 0,602 | 0,130 | 0,001 |
| 35 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,991 | 0,884 | 0,680 | 0,179 | 0,002 |
| 36 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,995 | 0,920 | 0,751 | 0,239 | 0,003 |
| 37 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,947 | 0,812 | 0,307 | 0,006 |
| 38 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,966 | 0,863 | 0,382 | 0,010 |
| 39 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,979 | 0,903 | 0,462 | 0,018 |
| 40 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,988 | 0,934 | 0,543 | 0,028 |
| 41 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,993 | 0,957 | 0,623 | 0,044 |
| 42 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,996 | 0,972 | 0,697 | 0,067 |
| 43 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,983 | 0,763 | 0,097 |
| 44 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,990 | 0,821 | 0,136 |
| 45 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,994 | 0,869 | 0,184 |
| 46 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,907 | 0,242 |
| 47 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,936 | 0,309 |
| 48 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,958 | 0,382 |
| 49 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,973 | 0,460 |
| 50 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,983 | 0,540 |
| 51 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,990 | 0,618 |
| 52 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,994 | 0,691 |
| 53 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,997 | 0,758 |
| 54 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,998 | 0,816 |
| 55 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,999 | 0,864 |
| 56 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,903 |
| 57 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,933 |
| 58 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,95 |